*Total number of pages – 16*

| CODE : 34T MATH |
|---|
| BENGALI |

# 2024

# MATHEMATICS

**Full Marks : 100**

**Pass Marks : 30**

**Time : Three hours**

*The figures in the margin indicate full marks for the questions.*

Learnfo

*Q. No. 1 (a–j) carries 1 mark each* .................................. 1×10 = 10

*Q. Nos. 2–13 carry 4 marks each* .................................. 4×12 = 48

*Q. Nos. 14–20 carry 6 marks each* .................................. 6×7 = 42

Total = 100

1. Answer the following questions : $1 \times 10 = 10$

নীচের প্রশ্নগুলো উত্তর দাও ঃ

(a) State *true or false* :

শুদ্ধ নে অশুদ্ধ লেখ ঃ

Relation $R$ in the set of population $A$ of a town at a particular time given by $R = \{(x, y): x \text{ is husband of } y\}$ is reflexive but not symmetric.

একটা নির্দিষ্ট সময়ে একটা শহরের জনসংখ্যার সংহতি $A$-তে সংজ্ঞাবদ্ধ সম্বন্ধ $R = \{(x, y): x, y$ র পতি $\}$ প্রতিফলনীয় কিন্তু প্রতিসম হয় না।

(b) Write the condition of coplanarity of the lines $\vec{r}_1 = \vec{a}_1 + \lambda\vec{a}_2$ and $\vec{r}_2 = \vec{b}_1 + \mu\vec{b}_2$.

রেখাদ্বয় $\vec{r}_1 = \vec{a}_1 + \lambda\vec{a}_2$ এবং $\vec{r}_2 = \vec{b}_1 + \mu\vec{b}_2$ একই সমতলযুক্ত হওয়ার শর্তটি লেখ।

(c) Given $s = \{1, 2, 3, 4\}$. Find $f^{-1}$ (if exist) of the function $f : s \to s$ defined by $f = \{(1, 4,), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$

দেওয়া আছে $s = \{1, 2, 3, 4\}$ । $f : s \to s$ নিয়ে সংঘবদ্ধ $f = \{(1, 4,), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$ ফলনটির $f^{-1}$ (যদি থাকে) বের কর।

(d) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, then find $|2^n A|$, for some $n \in N$.

যদি $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$, তাহলে যে-কোনো $n \in N$ -এর জন্য $|2^n A|$ বের কর।



Learninfo

(e) Find the second order derivative of the function $log\,x$ with respect to $x$.

$x$ সাপেক্ষে $log\,x$ ফলনের দ্বিতীয় ঘাতের অমৌলিক বের কর।

(f) Find the maximum value, if any, of the function $f$ given by $f(x) = x^2$ on $[-2, 1]$.

$[-2, 1]$ ত $f(x) = x^2$ ফলনটির গরিষ্ঠমান (যদি থাকে) বের কর।

(g) Let $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$. Are the vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ equal? Explain.

ধরা হলো $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} + \hat{j}$। $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ ভেক্টর সমান কিনা ব্যাখ্যা কর।

(h) Find the distance between the two planes $2x + 3y + 4z = 4$ and $4x + 6y + 8z = 12$.

$2x + 3y + 4z = 4$ এবং $4x + 6y + 8z = 12$ সমতল দুটির দূরত্ব বের কর।

(i) If $A$ is a non-singular square matrix of order $3 \times 3$ such that $|adj\ A| = 36$, find $|A|$.

যদি $A$ একটা $3 \times 3$ মাত্রার বর্গ মৌলকক্ষ হয় যাতে $|adj\ A| = 36$, তাহলে $|A|$ র মান বের কর।

(j) Differentiate $sin^2 x$ w.r.t. $cos^2 x$.

$cos^2 x$ সাপেক্ষে $sin^2 x$ প্রভেদ কর।



Learnfo

2. Draw the graph of inverse trigonometric function $f(x) = \cos^{-1} x$. Also mention its range and domain. 2+(1+1)=4

প্রতিলোম ত্রিকোণমিতীয় ফলন $f(x) = cos^{-1} x$-এর লেখ অঙ্কন কর। সঙ্গে পরিসর এবং আদিক্ষেত্র উল্লেখ কর।

**Or / অথবা**

Find the principal value of $cos^{-1}(-1/2)$. Also evaluate $tan^{-1}(\sqrt{3}) - cot^{-1}(-\sqrt{3})$. 2+2=4

**$cos^{-1}(-1/2)$ র মুখ্য মান বের কর। সঙ্গে $tan^{-1}(\sqrt{3}) - cot^{-1}(-\sqrt{3})$-এর মান নির্ণয় কর।**

3. Answer *(i)* and *(ii)* **or** *(a)* and *(b)*:

উত্তর কর *(i)* এবং *(ii)* **অথবা** *(a)* এবং *(b)* ঃ

*(i)* If $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq 2/3$, then show that $(f \circ f)(x) = x$ for all $x \neq 2/3$. 2

যদি $f(x) = \frac{4x+3}{6x-4}$, $x \neq 2/3$, তাহলে দেখাও যে সকল $x \neq 2/3$-এর জন্য $(f \circ f)(x) = x$।

*(ii)* Find the slope of the tangent to the curve $y = 3x^2 - 4x$ at $x = 4$. 2

$y = 3x^2 - 4x$ বক্রর $x = 4$ বিন্দুতে টানা স্পর্শকের প্রবণতা দেখাও।

**Or / অথবা**

*(a)* Give examples of two functions $f : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ and $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ such that $g \circ f$ is injective but $g$ is not injective. 2

দুটি ফলন $f : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}$ এবং $g : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ -এর উদাহরণ দাও যাতে $g \circ f$ আচ্ছাদক, কিন্তু $g$ আচ্ছাদক নয়।



Learnfo

(b) Find the approximate change in the volume $V$ of a cube of side $x$ meters caused by increasing the side by 2%. 2

একটা ঘনর প্রতিটি দাঁতি $x$ মিটার। দাঁতি 2% বাড়লে আয়তন $V$ র পরিবর্তন নির্ণয় কর।

4. Find the points of discontinuity of the greatest integer function defined by $f(x)=[x]$, where $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to $x$. 4

বৃহত্তম অখণ্ড ফলনের সংজ্ঞা $f(x)=[x]$ রূপে দেওয়া আছে, যেখানে $[x]$ বৃহত্তম অখণ্ড সংখ্যা বা $x$-এর সমান বুঝায়। ফলনটির বিচ্ছিন্নতার সকল বিন্দু বের করো।

**Or / অথবা**

Find the value(s) of $k$ so that the function $f$ is continuous at $x=\pi/2$,

where $f(x)=\begin{cases} \dfrac{k\cos x}{\pi-2x}, & x\neq \pi/2 \\ 3, & x=\pi/2 \end{cases}$ 4

$x=\pi/2$ বিন্দুতে $f$ ফলন অবিচ্ছিন্ন হলে $k$-এর মান বের কর যাতে

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{k\cos x}{\pi-2x}, & x\neq \pi/2 \\ 3, & x=\pi/2 \end{cases}$$

5. Evaluate : 4

মান নির্ণয় কর ঃ

$$\int \frac{x^2+1}{x^2-5x+6}\,dx$$

**Or / অথবা**

$$\int_0^{\pi} \frac{x\,dx}{1+\sin x}$$ 4



Learnfo

6. Find the area lying between the curve $y^2 = 4x$ and line $y = 2x$. 4

$y^2 = 4x$ বক্র এবং $y = 2x$ রেখায় অবস্থিত ক্ষেত্রের এলাকা বের কর।

**Or / অথবা**

The area between $x = y^2$ and $x = 4$ is divided into two equal parts by the line $x = a$. Find the value of $a$. 4

$x = y^2$ বক্র এবং $x = 4$ সরলরেখায় অবস্থিত ক্ষেত্র যদি $x = a$ সরলরেখায় দুটি সমান অংশে বিভক্ত করে, তাহলে $a$-এর মান নির্ণয় কর।

7. Write the order and degree (if defined) of the differential equation $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^5 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$. Verify that $y = \sqrt{1 + x^2}$ is a solution of the differential equation $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{1 + x^2}$. 1+1+2=4

$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^5 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \cos\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$ অবকল সমীকরণটির ক্রম এবং মাত্রা (যদি আছে) লেখ। $y = \sqrt{1 + x^2}$, $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{1 + x^2}$ প্রত্যয়ন কর যে অবকল সমীকরণটির একটি সমাধান।

**Or / অথবা**

Find a particular solution of the following differential equation satisfying the given condition : 4

$$x\left(x^2-1\right)\frac{dy}{dx}=1 \;;\; y=0 \text{ when } x=2$$

নীচে দেওয়া অবকল সমীকরণটির প্রদত্ত শর্ত সিদ্ধ করে একটা বিশেষ সমাধান বের কর।

$$x\left(x^2-1\right)\frac{dy}{dx}=1 \;;\; y=0 \text{ যেখানে } x=2$$

8. Show that the family of curves for which the slope of the tangent at any point $(x, y)$ on it is $\frac{x^2+y^2}{2xy}$, is given by $x^2-y^2=cx$, where $c$ is an arbitrary constant. 4

দেখাও যে একটা বক্র পরিবারের যে-কোনো বিন্দু $(x, y)$ও স্পর্শকের প্রবণতা $\frac{x^2+y^2}{2xy}$ হলে তার সমীকরণটি হবে $x^2-y^2=cx$, যেখানে $c$ একটি যাদৃচ্ছিক ধ্রুবক।

**Or / অথবা**

Solve the differential equation $\left(x+3y^2\right)\frac{dy}{dx}=y \quad (y>0)$ 4

$\left(x+3y^2\right)\frac{dy}{dx}=y \quad (y>0)$ অবকল সমীকরণটি সমাধান কর।



Learnfo

9. Let $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ and $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$. Find a vector $\vec{d}$ which is perpendicular to both $\vec{a}$ and $\vec{b}$ and $\vec{c}.\vec{d} = 15$. 4

ধরা হলো $\vec{a} = \hat{i} + 4\hat{j} + 2\hat{k}$, $\vec{b} = 3\hat{i} - 2\hat{j} + 7\hat{k}$ এবং $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$। $\vec{d}$ ভেক্টরটি $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ উভয়ের উপরে লম্ব এবং $\vec{c}.\vec{d} = 15$ হলে $\vec{d}$ বের কর।

10. Find the vector and the Cartesian equations of the lines that passes through the origin and $(5, -2, 3)$. 4

মূলবিন্দু এবং $(5, -2, 3)$ বিন্দুর মধ্যে যাওয়া রেখার ভেক্টর এবং কার্টেজীয় সমীকরণ নির্ণয় কর।

***Or / অথবা***

Find the vector and Cartesian equations of the planes that pass through the point $(1, 0, -2)$ and the normal to the plane is $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$

https://www.assamboard.com

4

সমতলের ভেক্টর এবং কার্টেজীয় সমীকরণ বের কর যেখানে $(1, 0, -2)$ বিন্দুর মধ্যে যায় এবং যার উপরে $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টর লম্বভাবে থাকে।

11. Find the values of $k$ so that the lines

$$\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2k} = \frac{z-3}{2} \text{ and } \frac{7-7x}{3k} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{3}$$ are at right angles. 4

$k$ র মান বের কর যাতে $\frac{1-x}{3} = \frac{7y-14}{2k} = \frac{z-3}{2}$ রেখা

$\frac{7-7x}{3k} = \frac{y-5}{1} = \frac{6-z}{3}$ রেখার লম্ব হয়।

12. An unbiased die is thrown twice. Let the event $E$ be 'even number on the first throw' and $F$ the event 'even number on the second throw'. Check the independence of the events $E$ and $F$. 4

একটা নিখুঁত পাশা দুবার নিক্ষেপ করে দেখা হল। ধরা হল প্রথম নিক্ষেপে যুগ্ম সংখ্যা পাওয়া ঘটনাটি $E$ এবং দ্বিতীয় নিক্ষেপে যুগ্ম সংখ্যা পাওয়া ঘটনাটি $F$ । $E$ এবং $F$ র স্বতন্ত্রতার পরীক্ষা কর।

13. In answering a question on a multiple choice test, a student either knows the answer or guesses. Let $\frac{3}{4}$ be the probability that he knows the answer and $\frac{1}{4}$ be the probability that he guesses. Assuming that a student who guesses at the answer will be correct with probability $\frac{1}{4}$. What is the probability that the student knows the answer given that he answered it correctly? 4

বহু বিকল্প যুক্ত পরীক্ষার প্রশ্নের উত্তর করতে একজন ছাত্র হয় উত্তরটি জানে, না হলে অনুমানের উপর নির্ভর করে। ধরা হল ছাত্রটি উত্তর জানার সম্ভাবনা $\frac{3}{4}$ এবং অনুমান সাপেক্ষে লেখার সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$ । অনুমান সাপেক্ষে লেখা উত্তর শুদ্ধ হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{1}{4}$ বলে ধরলে যদি ছাত্রটি উত্তরটা শুদ্ধ লেখে তাহলে সে যে উত্তরটি জানে তার সম্ভাবনা কত ?

*Or / অথবা*

A coin is biased so that the head is 3 times as likely to occur as tail. If the coin is tossed twice, find the probability distribution of number of tails. 4

একটা মুদ্রা ত্রুটিপূর্ণ গঠনের জন্য টস্ করলে পুচ্ছ থেকে 3 গুণের বেশি করে মুণ্ড প্রাপ্ত হয়। প্রাপ্ত পুচ্ছ সংখ্যার সম্ভাবনা বণ্টন দেখাও।

14. Answer *(i)* and *(ii)* **or** *(a)* and *(b)*:

উত্তর কর *(i)* এবং *(ii)* ***অথবা*** *(a)* এবং *(b)*ঃ

*(i)* If $A$ and $B$ are symmetric matrices of the same order, then prove that $AB$ is symmetric if and only if $AB = BA$. 4

$A$ এবং $B$ দুটি একই ঘাতের সমমিত মৌলকক্ষ হলে দেখাও যে $AB$ ও সমমিত হবে যদি এবং যদিহে $AB = BA$.

*(ii)* Construct a $2 \times 1$ matrix $A$ whose elements are given by $a_{ij} = 2i - j$. Write $A'$. 1+1=2

একটা $2 \times 1$ মৌলকক্ষ $A$ গঠন কর যার মৌল দেওয়া আছে $a_{ij} = 2i - j$, $A'$ লেখ।

***Or / অথবা***

*(a)* Given $3\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix}$

Find the values of $x$, $y$, $z$ and $w$. 4

দেওয়া আছে

$$3\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{bmatrix}$$

$x$, $y$, $z$ এবং $w$-এর মান নির্ণয় কর।

*(b)* Give example of $2 \times 2$ matrices $A$ and $B$ such that $AB \neq BA$. 2

$A$ এবং $B$ $2 \times 2$ মেট্রিক্স-এর উদাহরণ দাও যাতে $AB \neq BA$ হয়।



Learnfo

15. If $a, b, c$ are positive and unequal, show that the value of the determinant 6

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} \text{ is negative.}$$

$a, b, c$ ধনাত্মক এবং অসমান হলে দেখাও যে নির্ণায়ক

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix} \text{ ঋণাত্মক।}$$

**Or / অথবা**

For the matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, find the numbers $a$ and $b$ such that $A^2 + aA + bI = 0$ where $I$ and 0 respectively are identity matrix and zero matrix of order 2×2. Also find $A^{-1}$. 4+2=6

$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ মৌলকক্ষটির জন্য একরম দুটি $a$ এবং $b$ দেখাও যাতে $A^2 + aA + bI = 0$ যেখানে $I$ এবং 0 ক্রমে 2×2 মাত্রার অভেদ মৌলকক্ষ এবং শূন্য মৌলকক্ষ। সঙ্গে $A^{-1}$ বের কর।

16. Answer *(i)* and *(ii)* **or** *(a)* and *(b)*:

উত্তর কর *(i)* এবং *(ii)* **অথবা** *(a)* এবং *(b)* ঃ

*(i)* Find $\dfrac{dy}{dx}$, where

$\sin^2 y + \cos xy = k$, $k$ is an arbitrary constant. 3

$\dfrac{dy}{dx}$ দেখাও, যেখানে $\sin^2 y + \cos xy = k$, $k$ একটা যাদৃচ্ছিক ধ্রুবক।

*(ii)* If $y = \cos^{-1} x$, find $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ in terms of $y$ alone. 3

যদি $y = \cos^{-1} x$, সকল $y$-এর মাধ্যমে $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ বের কর।

**Or** / অথবা

Find $\dfrac{dy}{dx}$ ( $\dfrac{dy}{dx}$ বের কর ) ঃ 4+2=6

*(a)* $(\cos x)^y = (\cos y)^x$

*(b)* $x = a\,(\theta + \sin\theta)$
$y = a\,(1 - \cos\theta)$

17. Find the values of $x$ for which $y = x^2\,(x-2)^2$ is an increasing function. 6

$x$ কি মান হলে ফলনটির একটা $y = x^2\,(x-2)^2$ বর্ধিত ফলন হয় দেখাও।

Learnfo

**Or / অথবা**

*(i)* Show that the function given by $f(x) = \sin x$ is strictly decreasing in $(\pi/2, \pi)$. 3

দেখাও যে $f(x) = \sin x$ র দ্বারা নির্দিষ্ট ফলনটি $(\pi/2, \pi)$ ও সতত হ্রাসমান।

*(ii)* A balloon, which always remains spherical on inflation, is being inflated by pumping in 900 cubic centimetres of gas per second. Find the rate at which the radius of the balloon increases when the radius is 15 *cm*. 3

একটা বেলুন ফুলালে গোলাকার হয়ে থাকে। প্রতি সেকেণ্ডে 900 ঘন *সে.মি* গ্যাস পাম্প করে বেলুনটি ফুলানো হল। বেলুনটির ব্যাসার্ধ কি হারে বৃদ্ধি হয় বের কর যখন ব্যাসার্ধ 15 *সে.মি.*

Learnfo

18. Evaluate : ***(any two)*** 3+3=6

মান নির্ণয় কর ঃ ***(যে-কোন দুটি)***

*(i)* $\int \frac{\sqrt{\tan x}}{\sin x \cos x} dx$

*(ii)* $\int_0^1 x e^{x^2} dx$

*(iii)* $\int x (\log x)^2 dx$

19. Find the area of the triangle with vertices $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 5)$ and $C(1, 5, 5)$. 6

একটা ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুর স্থানাংক $A(1, 1, 2)$, $B(2, 3, 5)$ এবং $C(1, 5, 5)$ হলে ত্রিভুজটির কালি বের কর।

*Contd.*

**Or / অথবা**

*(i)* For the given vectors $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ and $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, find the unit vector in the direction of the vector $\vec{a} + \vec{b}$. 2

$\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ এবং $\vec{b} = -\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ভেক্টর দুটি দেওয়া আছে $\vec{a} + \vec{b}$ ভেক্টরটির দিকনির্দেশে একক ভেক্টরটি বের কর।

*(ii)* **Show that the points $A(-2, 3, 5)$, $B(1, 2, 3)$ and $C(7, 0, -1)$ are collinear.** **4**

**দেখাও যে $A(-2, 3, 5)$, $B(1, 2, 3)$ এবং $C(7, 0, -1)$ বিন্দু কয়টা সমরেখা।**

20. Solve graphically the following linear programming problems : 6
/
লৈখিক নিয়মের নীচে লৈখিক প্রগ্রেসিং সমস্যাটির সমাধান কর।

Maximize and minimize $Z = x + 2y$

subject to

$$x + 2y \geq 100$$
$$2x - y \leq 0$$
$$2x + y \leq 200$$
$$x, y \geq 0$$

$Z = x + 2y$ সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান দেখাও যাতে

$$x + 2y \geq 100$$
$$2x - y \leq 0$$
$$2x + y \leq 200$$
$$x, y \geq 0$$



Learnfo

**Or / অথবা**

A merchant plans to sell two types of personal computers—a desktop model and a portable model that will cost Rs. 25,000 and Rs. 40,000 respectively. He estimates that the total monthly demand of computers will not exceed 250 units. Determine the number of units of each type of computers which the merchant should stock to get maximum profit if he does not want to invest more than Rs. 70 lakhs and if his profit on the desktop model is Rs. 4,500 and on portable model is Rs. 5,000. 6

এজন ব্যৱসায়ীয়ে মেজত ৰখা আৰু পৰিবহণযোগ্য দুই ধৰণৰ ব্যক্তিগত কম্পিউটাৰ বনোৱাৰ পৰিকল্পনা কৰে যাৰ প্ৰতিটোৰ দাম ক্ৰমে 25,000 টকা আৰু 40,000 টকা। তেওঁ প্ৰাৱস্তিক হিচাপ কৰি দেখিলে যে এনে ধৰণৰ কম্পিউটাৰৰ চাহিদা প্ৰতিমাহে 250 টকাতকৈ অধিক নহয়। যদি ব্যৱসায়ীজনে 70 লাখ টকাতকৈ অধিক বিনিয়োগ কৰিবলৈ নিবিচাৰে আৰু মেজত ৰখা আৰু পৰিবহণযোগ্য দুয়োবিধৰ প্ৰতিটোতে লাভৰ পৰিমাণ ক্ৰমে 4,500 টকা আৰু 5,000 টকা হয়, তেন্তে প্ৰতিবিধৰ কিমানকৈ কম্পিউটাৰ বনালে লাভৰ পৰিমাণ সৰ্বোচ্চ হ'ব ?

———— × ————

Learnfo